

Ленинградская область
Всероссийская олимпиада школьников по математике
Муниципальный этап
2022-2023 уч.год
8 класс

1. Докажите, что для любых натуральных x и y число $2022x^2 + 349x + 72xy + 12y + 2$ является составным.
2. Если взять три разные цифры, составить из них все шесть возможных двузначных чисел, записанных двумя разными цифрами, и сложить эти числа, то получится 462. Найдите эти цифры. Приведите все варианты и докажите, что других нет.
3. Петя говорит, что на пути из дома в школу он половину пути шел со скоростью 4 км/час, а половину времени – со скоростью 5 км/час. Может ли рассказ Пети оказаться верным? Приведите пример или докажите, что этого не может быть.
4. Чайный сервиз состоит из шести одинаковых чашек и шести одинаковых блюдец. Шесть разных сервизов упаковали в две коробки, в одну – все блюда, в другую – все чашки. Все предметы завернуты в непрозрачную бумагу, на ощупь они неразличимы. Найдите минимальное число предметов, которое нужно вынуть из этих коробок, чтобы гарантированно получить хотя бы одну пару, состоящую из чашки и блюда из одного сервиза. Обоснуйте свой ответ. (*Вы знаете, в какой коробке лежат чашки, в какой коробке - блюда.*)
5. В треугольнике ABC AM и CN – биссектрисы. Точка X выбрана на биссектрисе AM так, что расстояние BX – наименьшее из возможных. Точка Y выбрана на биссектрисе CN так, что расстояние BY – наименьшее из возможных. Докажите, что прямые AC и XY параллельны.

Продолжительность выполнения заданий – 235 минут.

Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 35 баллов за все задание.

Не забудьте обосновать свои решения задач!